**Тема уроку.** Розв'язування задач.

**Мета:** сформувати апарат розв’язування довільних трикутників.

В результаті вивчення теми (15 годин) учні повинні

*знати:*

* основні тригонометричні тотожності;
* теорему косинусів і наслідки з неї;
* твердження про властивості діагоналей паралелограма;
* теорему синусів і наслідки з неї;
* що означає розв’язати трикутник;
* чотири типа задач: по даній стороні та двом кутам; по двом сторонам та куту між ними; по двом сторонам та куту, протилежному одній з них; за трьома сторонами.

*вміти:*

* перетворювати прості тригонометричні тотожності;
* доводити теорему косинусів;
* записувати у вигляді рівностей теорему косинусів відповідно до даного трикутника;
* застосовувати теорему косинусів;
* доводити теорему синусів;
* складати пропорції для сторін та кутів даного трикутника;
* застосовувати її при розв’язування задач;
* розв’язувати задачі 4-х типів

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ завдання що надаються з темою ви виконуєте самі не надсилаючи їх вони надаються вам для тренування , надсилатимете лише контрольні та самостійні роботи. Якщо щось не зрозуміли за темою зверніть увагу на підручники за посиланням** [**http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14**](http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14)

**Виберіть потрібний клас та підручник що сподобався**

**Прочитати та опрацювати**

**Мета уроку:** формування вмінь учнів застосовувати теорему косинусів і наслідки з неї до розв'язування задач.

**Тип уроку:** комбінований.

**Наочність і обладнання:** таблиця «Співвідношення між сторонами і кутами трикутника».

**Вимоги до рівня підготовки учнів:** застосовують теорему косинусів до розв'язування задач.

**Хід** **уроку**

**І. Перевірка домашнього завдання**

Перевірити наявність виконаних домашніх завдань та від­повісти на запитання, які виникли в учнів при їх розв'язуванні

**Розв'язування задач**

1. *c*2 *= a*2 *+ b*2 – 2*ab*cosγ; *с*2=144 + 64 – 2 ∙ 12 ∙ 8 ∙  = 208 – 96 = 112;  
   *с* =  ** 10,6.

*a*2 = *b*2 + *c*2 – 2*bc*cosα; 144 = 64 + 112 – 2 ∙ 8 ∙ 10,6cosα; 169,6cosα = 32;

cosα ** 0,19; α ** 79°.

Тоді β = 180° - α - γ ** 180° - 60° - 79° = 41°.

*Відповідь. с* = 10,6, α ** 79°, β ** 41°.

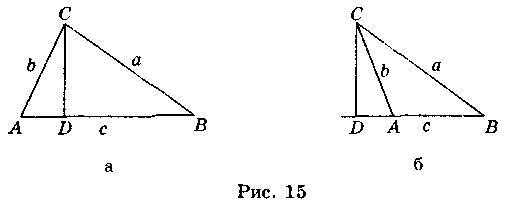
1. *a*2 = *b*2 + *c*2 – 2*bc*cosα; 16 = 49 + 25 – 70cosα; 70cosα = 58; cosα =**0,829; α ** 34°.

*b*2 = *a*2 + *c*2 – 2*ac*cosβ; 25 = 16 + 49 – 56cosβ; 56cosβ = 40; cosβ =** 0,714; β ** 44°.

Тоді γ = 180° - α - β ** 180° - 34° - 44° = 102°.

*Відповідь.* α ** 34°, β ** 44°, γ ** 102°.

1. Нехай у трикутнику ABC *АВ = с, AC = b. BC = a* (рис. 15).  
   Проведемо висоту *CD* (два випадки).



За наслідком із теореми косинусів маємо:

*а*2 = *b*2 + *с*2 ± 2*с npcb = b*2 *+ c*2 *±* 2*c ∙ AD.* Звідси *AD* = .

Із трикутника *ACD* за теоремою Піфагора маємо:

*CD =*  =  = .

*Відповідь.* *.*

**ІІ. Самостійна робота**

Обчисліть невідому сторону трикутника АВС за наступними даними:

**І варіант:** а= 7; b= 10; γ= 560 29΄; (, відповідь )

**ІІ варіант:** а= 2; с= 3; β= 1230 17΄; ( відповідь

b)

**ІІІ варіант:** b= 4; с=1,2; α= 230 28΄; (, відповідь а)

Робиться аналіз зроблених помилок: у формулі, при знаходженні косинуса кута, при обчисленні.

**III. Формування вмінь і навичок учнів**

*Застосування теореми косинусів*

Користуючись теоремою косинусів, можна довести кілька важливих теорем.

Наприклад: *сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів усіх його сторін.*

Доведемо цю теорему, використовуючи теорему косинусів.

Нехай *ABCD* — паралелограм, *AB = CD = a*, *AD = BC = b, AC = d*1*, BD = d*2(рис. 16).

За теоремою косинусів із трикутника *ABD* маємо:

*BD*2 *= AB*2 *+ AD*2 *–* 2 ∙ *AB ∙ AD ∙ cosA,*

*= a*2 *+ b*2 – 2*ab*cos*A.* (1)

За теоремою косинусів із трикутника *ABC* маємо:

*АС*2 *= АВ*2+ *ВС*2 *–* 2 *∙ AB ∙ BC ∙* cos*B,* або

*АС*2 *= АВ*2 *+ ВС*2– 2 ∙ *АВ ∙ ВС* ∙ cos(180°- *A*),

*АС*2 *= АВ*2 *+ ВС*2 *+* 2 ∙ *АВ ∙ ВС ∙* cos*A,*  *= a*2*+ b*2 + 2*ab*cos*A*. (2)

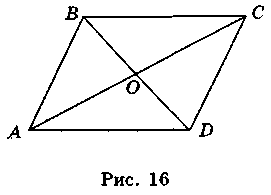
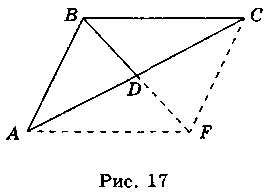
Додавши рівності (1) і (2) почленно, одержимо:  *+*  *=* 2(*а*2 *+ b*2)*,* що і треба було довести.

**Розв'язування задач**

1. Сторони паралелограма дорівнюють 23 см і 11 см. Знайдіть діагоналі паралелограма, якщо вони відносяться як 2 : 3. (*Від­повідь.* 20 см і 30 см.)
2. Діагоналі паралелограма дорівнюють 12 см і 14 см, а різни­ця сторін становить 4 см. Знайдіть сторони паралелограма. (*Відповідь.* 7 см і 11 см.)
3. Дві сторони трикутника дорівнюють 7 см і 11 см, а медіана, проведена до третьої сторони, дорівнює 6 см. Знайдіть третю сторону.

*Розв'язання*

Нехай у трикутнику *ABC* (рис. 17) *АВ =* 7см, *ВС =* 11см, *BD* — медіана (*AD = DC*), *BD =* 6 см.

Продовжимо медіану *BD* і відкладемо на продовженні відрі­зок *DF* так, що *DF* = *BD.* Чотирикутник *ABCF* — це паралелограм (оскільки діагоналі *АС* і *BF* точкою перетину діляться навпіл), тоді *AC*2 *+ BF*2 = 2 ∙ (*AB*2 *+ BC*2)*.*

Звідси *AC*2 + 122 = 2 ∙ (72 + 112), тоді *АС*2 + 144 = 340; *АС*2=196; *АС* = = = 14 (см).

*Відповідь.* 14 см.

1. Доведіть, що в опуклому чотирикутнику сума квадратів діа­гоналей у 2 рази більша від суми квадратів відрізків, які спо­лучають середини протилежних сторін.

*Доведення*

Нехай у чотирикутнику *ABCD* (рис. 18) *AN = NB, BF* = *FC, CK = KD, DM = = AM.* Оскільки *NF = MK=* *AC, MN = KF =* *BD* і чотирикутник *MNFK* — паралелограм, то, скориставшись теоремою про суму квадратів діагоналей паралелограма, маємо: *NK*2 *+ MF*2 *=* 2(*MK*2 *+ MN*2) *=* 2= = (*AC*2 *+ BD*2) або *AC*2 *+ BD*2 *=* 2 ∙ (*NK*2+ *MF*2),що і треба було довести.

1. За трьома сторонами *а, Ь, с* трикутника *ABC* знайдіть його медіани *та, тb, тс (та, тb, тс* —медіани, проведені до сто­рін *а, b, с* відповідно).

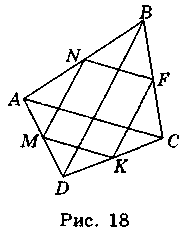
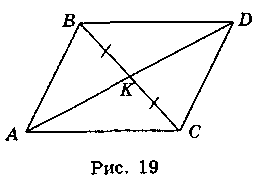
*Розв'язання*

Нехай у трикутнику *ABC* (рис. 19) *ВС = а, АС = b, АВ = с*, *АК* — медіана, *АК = та.* Продовжимо медіану *АК* так, що *AK = KD.* Тоді *ABDC* — паралелограм, у якому діагональ *AD =* 2*ma.* Оскільки сума квадратів діагоналей паралелогра­ма дорівнює сумі квадратів усіх його сторін, то *AD*2 *+ BC*2= 2(*AC*2 + + *АВ*2). Звідси (2*та*)2 *+ а*2 *=* 2(*b*2 *+ с*2).Із останньої рівності знаходимо, що *та: та =* *.*

Міркуючи аналогічно, знаходимо медіани *тb* і *тс:*

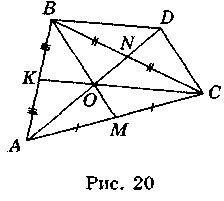
*тb =* ; *mс =* *.*

*Відповідь. та =*; *тb* = ; *тс =* 

1. За трьома медіанами *та*, *тb, тс* трикутника *ABC* знайдіть його сторони *a, b, c* (*та, тb, тс* — медіани, проведені до сто­рін *а, b, с* відповідно).

*Розв'язання*

Нехай у трикутнику *ABC AN = ma, ВМ = тb, СК = тс* (рис. 20). Позначимо довжини сторін, які треба знайти, та­ким чином: *ВС = а, АС = b, АВ = с.* Продовжимо одну із медіан, напри­клад *AN,* так, що *ON = DN.* Сполучимо точку *D* із точками *В* і *С*, одержимо паралелограм *BOCD,* у якого сума ква­дратів діагоналей дорівнює сумі квадра­ тів його сторін, а саме: *ВС*2 *+ OD*2= 2(*ОВ*2 *+ ОС*2)(1). Підставимо в формулу (1): *ВС* = *а*, *OD =* *та, ОВ =* *тb, ОС =* *тс,* одержимо:

.

Звідси знаходимо *а:* =.

Міркуючи аналогічно, одержимо формули для сторін *b* і *с:*

*b =* ; *с =* *.*

*Відповідь. a =* ; *b* = ; *с* = .

**IV. Домашнє завдання**

**Розв'язати задачі.**

1. Дано паралелограм з діагоналями с і *d* і кутом αміж ними. Знайдіть сторони паралелограма.
2. Знайдіть медіани трикутника, сторони якого дорівнюють 5 м, 6 м і 7 м.

**V. Підбиття підсумків уроку**

**Завдання класу**

1. Сформулюйте теорему про суму квадратів діагоналей пара­лелограма.
2. Діагоналі паралелограма дорівнюють 2 см і 2 см, а кут між ними становить 30°. Визначте, які з наведених тверджень є правильними, а які — неправильними.

а) Сторона паралелограма, що лежить проти кута в 30°, до­рівнює 1 см.

б) Менша діагональ утворює з меншою стороною паралело­грама кут у 120°.

в) Сума квадратів усіх сторін паралелограма становить 20 см2.

г) Більша сторона паралелограма дорівнює  см.