**Тема уроку.** Теорема синусів.

**Мета:** сформувати апарат розв’язування довільних трикутників.

В результаті вивчення теми (15 годин) учні повинні

*знати:*

* основні тригонометричні тотожності;
* теорему косинусів і наслідки з неї;
* твердження про властивості діагоналей паралелограма;
* теорему синусів і наслідки з неї;
* що означає розв’язати трикутник;
* чотири типа задач: по даній стороні та двом кутам; по двом сторонам та куту між ними; по двом сторонам та куту, протилежному одній з них; за трьома сторонами.

*вміти:*

* перетворювати прості тригонометричні тотожності;
* доводити теорему косинусів;
* записувати у вигляді рівностей теорему косинусів відповідно до даного трикутника;
* застосовувати теорему косинусів;
* доводити теорему синусів;
* складати пропорції для сторін та кутів даного трикутника;
* застосовувати її при розв’язування задач;
* розв’язувати задачі 4-х типів

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ завдання що надаються з темою ви виконуєте самі не надсилаючи їх вони надаються вам для тренування , надсилатимете лише контрольні та самостійні роботи. Якщо щось не зрозуміли за темою зверніть увагу на підручники за посиланням** [**http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14**](http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14)

**Виберіть потрібний клас та підручник що сподобався**

**Прочитати та опрацювати**

**Мета уроку:** вивчення теореми синусів. Формування вмінь учнів застосовувати вивчену теорему до розв'язування задач.

**Тип уроку:** комбінований.

**Наочність і обладнання:** таблиця «Співвідношення між сторонами і кутами трикутника».

**Вимоги до рівня підготовки учнів:** формулюють теорему синусів та доводять її.

**Хід уроку**

**І. Перевірка домашнього завдання**

Перевірити правильність виконання домашніх завдань за за­писами з пропусками.

Колективно обговорюється хід розв'язування задач і впису­ються відповідні символи (записи). Там, де стоїть знак (?), необ­хідно пояснити, зробити посилання на відповідні теореми.

1. Нехай *АС = с*, *BD = d*, *AOB* = α (рис. 21). Оскільки *ABCD* —  
   паралелограм, то *АО* = ..., *ВО* = ... (?).

За теоремою косинусів:

*АВ*2 = *АО*2 + *ВО*2 – 2*АО ∙ ВО* ∙ cos*AOB* = ... + ... - ... .

*BOC* = 180° - α (?).

*ВС*2 = *ВО*2 + *СО*2 – 2*ВО ∙ CO* ∙ cos*BOC* = ... + ... - ... .

*Відповідь*. , .

1. Нехай *АВ* = 5 м, *ВС* = 6 м, *АС* = 7 м (рис. 22). *АВRC* — пара­лелограм. (?)

*AR*2 + *BC*2 = 2(*AB*2 + *AC*2) (?) 4*АМ*2 = - 36 + 2 ∙ (25 + 49) (?)

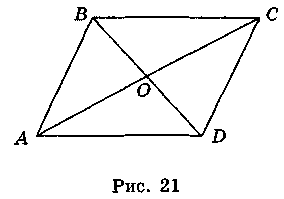
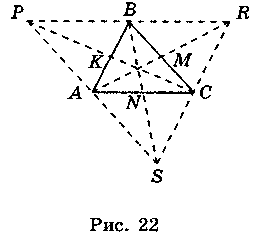
*АМ*2 = ..., *АМ* = .... *АРВС* — паралелограм. (?)

4*СK*2 + *АВ*2 = 2 ∙ (*AC*2 + *BC*2) (?) *СК*2 = ..., *СК* = ....

*ABCS* — паралелограм. (?) 4*BN*2 + ... = 2 ∙ (... + ...).

*ВМ*2 = ..., *ВМ* = ....

*Відповідь*.  м, 2 м,  м.

**Самостійна робота**

**Варіант 1**

1. У трикутнику один із кутів становить 60°, а сторони, при­леглі до нього, дорівнюють *a*і *b*. Знайдіть третю сторону трикутника.

(4 бали)

1. Сторони паралелограма дорівнюють 32 см і 10 см, а кут між ними становить 120°. Знайдіть діагоналі паралелограма.

(4 бали)

1. Знайдіть діагоналі паралелограма, якщо вони відносяться як 3 : 5, а довжини сторін дорівнюють 8 см і 19 см.

(4 бали)

**Варіант 2**

1. У трикутнику дві сторони дорівнюють *a* і *b*, а кут між ними  
   становить 120°. Знайдіть третю сторону трикутника.

(4 бали)

1. Діагоналі паралелограма дорівнюють 32 см і 10 см, а кут між ними становить 60°. Знайдіть сторони паралелограма.

(4 бали)

1. Сторони паралелограма відносяться як 1 : 2. Знайдіть сторони паралелограма, якщо його діагоналі дорівнюють 18 см і 26 см.

(4 бали)

*Відповіді до завдань самостійної роботи*

**Варіант 1.** **1.** *a*2 + *b*2 – *ab*. **2.** 38 см і 2см. **3.** 15 см і 25 см.

**Варіант 2. 1.** *a*2 + *b*2 + *ab*. **2.** 19 см і  см. **3.** 10 см і 20 см.

**II. Сприймання й усвідомлення нового матеріалу**

*Вивчення теореми синусів*

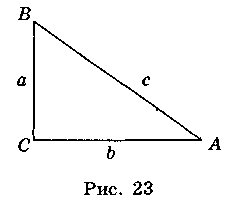
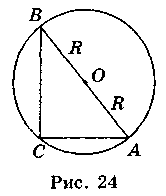
Наводимо пояснення теореми синусів.

Розглянемо прямокутний трикутник *ABC* (рис. 23).

Відомо, що *а* = *c* sin*A*, *b* = *c* sin*B*, звідси , . Тоді . Ураховуючи, що *C* = 90° і sin*C* = 1, запишемо:

.

Якщо описати коло радіуса R навколо прямокутного три­кутника *ABC* (рис. 24), то одержимо: .

Отже, у прямокутному трикутнику сторони пропорційні до си­нусів протилежних кутів.

А чи є це твердження правильним для будь-якого трикутника?

Спочатку з'ясуємо співвідношення між діаметром кола, сто­роною вписаного в нього трикутника і кутом трикутника, проти­лежним цій стороні.

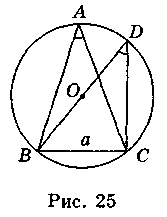
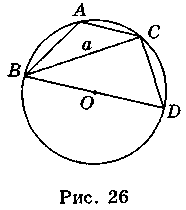
Нехай у трикутнику *ABC* кут *А* гострий, *ВС = а* (рис. 25). Проведемо діаметр *BD*, який дорівнює 2*R*, *R* — радіус описаного кола.

Сполучивши точки *D* і *С*, одержимо прямокутний три­кутник *BDC*, у якому *ВС* є катетом, і тому *BC* = *BD*sin*D*. Але *D* = *А* як вписані, що опираються на дугу *ВС*, і тому sin*D* = sin*A*.

Отже, *a* = 2*R*sin*A*.

Одержане співвідношення справджується й тоді, коли кут *А* тупий (рис. 26), оскільки *A* + *D* = 180°. Тоді *D* = 180° - *A* і sin*D* = sin(180°- *А*). Таким чином, *а = ВС = BD*sin*D* = 2*R*sin*D* = 2*R*sin*A*.

Отже, завжди *a* = 2*R*sin*A*.

Аналогічно переконуємося, що *b* = 2*R*sin*B*, *c* = 2*R*sin*C*. У кожній із трьох останніх рівностей виразимо відношення сторони до синуса протилежного кута:

; ; .

Отже, .

Таким чином, сторони трикутника пропорційні до синусів протилежних кутів, відношення сторони трикутника до синуса протилежного кута дорівнює діаметру кола, описаного навколо трикутника.

**Розв'язування задач**

1. Сторона трикутника дорівнює 20 см, а протилежний кут ста­новить 150°. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикут­ника. (*Відповідь*. 20 см.)
2. Знайдіть сторону *АВ* трикутника *ABC*, якщо *ВС* = 2см, *A* = 45°, *C* = 30°. (*Відповідь*. 2 см.)

**III. Закріплення й осмислення вивченого матеріалу**

**Колективне розв'язування задачі**

1) У трикутнику *ABC* *АВ* = 15 см, *АС =* 10 см. Чи може sinβ = ?

*Розв'язання*

Припустимо, що sinβ = . Тоді з рівності , враховуючи, що *АВ* = 15 см, *АС* = 10 см, матимемо: . Звідси sinγ = 15 ∙  ∙  =  > 1, що неможливо (бо sinγ < 1).

Отже, sinβ не може дорівнювати .

*Відповідь*. Не може дорівнювати.

2) У трикутнику задано дві сторони *а* = 27, *b* = 9 і кут, проти­лежний до однієї із сторін, α= 138°. Знайдіть два інші кути і третю сторону трикутника.

*Розв'язання*

; ; ; β**13°. Тоді γ = 180° - α - β ** 180° - 138° - 13° = 29°.

; ; .

*Відповідь*. β ** 13°, γ ** 29°, *с* ** 19,6.

**Задачі для індивідуального розв'язування**

1. У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює *а*, а кут при основі дорівнює 2β. Знайдіть бісектрису трикутника, проведену до бічної сторони.

*Відповідь*. .

1. У прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює *с*, а один із гострих кутів дорівнює α. Знайдіть бісектрису прямого кута.

*Відповідь*. .

1. Доведіть, що сторона трикутника, яка лежить проти кута в 30°, дорівнює радіусу кола, описаного навколо цього три­кутника.
2. Доведіть, що бісектриса кута трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, що обернено пропорційні синусам при­леглих до цієї сторони кутів.

*Доведення*

Нехай у трикутнику *ABC* (рис. 27) *BD* — бісектриса і *ABD* = *DBC* = *x*.

Із трикутника *ABD* за теоремою синусів маємо: . (1)

Із трикутника *BDC* за теоремою синусів маємо: . (2)

Розділивши рівність (1) на рівність (2), одержимо , що й треба було довести.

**IV. Домашнє завдання**

1. Вивчити теорему синусів.
2. Розв'язати задачу.

У трикутнику дано дві сторони і кут, протилежний до однієї із сторін. Знайдіть інші два кути і третю сторону трикутника, якщо:

а) *а*= 12, *b* = 5, α = 120°; б) *а* = 34, *b* = 12, α= 164°.

**V. Підбиття підсумків уроку**

**Завдання до класу**

1. Сформулюйте теорему синусів.
2. У трикутнику *ABC* (рис. 28) сторони дорівнюють *a*, *b*, *c*, a кути дорівнюють α, β, γ. Навколо цього трикутника описане коло радіуса *R*. Які з наведених тверджень є правильними, а які — неправильними?

a) *b* = 2*R*sinα; б) ; в) ; г) .

