**Тема уроку.** Наслідки теореми косинусів.

**Мета:** сформувати апарат розв’язування довільних трикутників.

В результаті вивчення теми (15 годин) учні повинні

*знати:*

* основні тригонометричні тотожності;
* теорему косинусів і наслідки з неї;
* твердження про властивості діагоналей паралелограма;
* теорему синусів і наслідки з неї;
* що означає розв’язати трикутник;
* чотири типа задач: по даній стороні та двом кутам; по двом сторонам та куту між ними; по двом сторонам та куту, протилежному одній з них; за трьома сторонами.

*вміти:*

* перетворювати прості тригонометричні тотожності;
* доводити теорему косинусів;
* записувати у вигляді рівностей теорему косинусів відповідно до даного трикутника;
* застосовувати теорему косинусів;
* доводити теорему синусів;
* складати пропорції для сторін та кутів даного трикутника;
* застосовувати її при розв’язування задач;
* розв’язувати задачі 4-х типів

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ завдання що надаються з темою ви виконуєте самі не надсилаючи їх вони надаються вам для тренування , надсилатимете лише контрольні та самостійні роботи. Якщо щось не зрозуміли за темою зверніть увагу на підручники за посиланням** [**http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14**](http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14)

**Виберіть потрібний клас та підручник що сподобався**

**Прочитати та опрацювати**

**Мета уроку:** виведення наслідків із теореми косинусів. Формування вмінь учнів застосовувати теорему косинусів і наслідків з неї до розв'язування задач.

**Тип уроку:** комбінований.

**Наочність і обладнання:**таблиця «Співвідношення між сторонами і кутами трикутника».

**Вимоги до рівня підготовки учнів:** застосовують теорему косинусів до розв'язування задач.

**Хід уроку**

**І. Перевірка домашнього завдання**

Перевірити правильність виконання домашнього завдання можна за записами, зробленими на дошці до початку уроку.

*Розв’язання задачі*

Нехай *а* = 5 м, *b* = 6 м, *с =* 1м. Тоді:

1) *a*2 *= b*2 *+ c*2 – 2*bc*cosα;25 = 36 + 49 – 2 ∙ 6 ∙ 7 ∙ cosα; 84cosα = 60;

cosα =  =  = .

2) *b*2 = *a*2 + *c*2 – 2*ac*cosβ; 36 = 25 + 49 – 2 ∙ 5 ∙ 7 ∙ cosβ; 70cosβ = 38;

cosβ =  = .

3) *c*2 *= a*2 *+ b*2 – 2*ab*cosγ;49 = 25 + 36 – 2 ∙ 5 ∙ 6 ∙ cosγ; 60cosγ = 12;

cosγ =  = .

*Відповідь.* ; ; .

**Самостійне виконання вправ**

Двоє учнів виконують завдання за відкидними дошками, ре­шта — у зошитах. Після закінчення роботи слід виконати само­перевірку (взаємоперевірку) під керівництвом учителя за записа­ми, що зроблені на відкидних дошках.

*Варіант 1*

1. Дві сторони трикутника дорівнюють 3 см і 1 см, а кут між ними становить 135°. Знайдіть третю сторону. (*Відповідь.* 5 см.)
2. Сторони трикутника дорівнюють 4см, 7 см, 5 см. Знайдіть кут, який лежить проти найменшої сторони. (*Відповідь.* 45°.)

*Варіант 2*

1. Дві сторони трикутника дорівнюють 3см і 2 см, а кут між ними становить 60°. Знайдіть третю сторону. (*Відповідь.* 7см.)
2. Сторони трикутника дорівнюють 5см, 13 см і 7 см. Знайдіть кут, який лежить проти найменшої сторони. (*Відповідь.* 30°.)

**II. Поетапне сприймання й усвідомлення навчального матеріалу**

*Застосування теореми косинусів*

Формула *a*2 *= b*2 *+ c*2– 2*bc*cosα дозволяє знаходити довжину од­нієї зі сторін за відомими довжинами двох інших сторін і кутом між ними.

Теорема косинусів дозволяє також за даними сторонами три­кутника знаходити його кути.

Так, із рівності *a*2 *= b*2 *+ c*2 – 2*bc*cosαодержуємо: 2*bc*cosα = *b*2 *+ с*2 *– а*2*,* звідси cosα = .

Якщо *а*2 *< b*2 *+ с*2*,* то *b*2 *+ с*2 *– а*2 > 0 і, отже, cosα > 0, тобто 0° < α < 90° , кут *А* — гострий.

Якщо *а*2 *= b*2 *+ с*2, то *b*2 *+ с*2 *– а*2 = 0і, отже, cosα = 0, тоб­то α = 90°, *A* — прямий.

Якщо *а*2 *> b*2 *+ с*2*,* то *b*2 *+ с*2 *– а*2< 0і, отже, cosα < 0, тобто 90° < α < 180°, *A* — тупий.

Таким чином, користуючись теоремою косинусів, можна ви­значати вид кутів (гострий, прямий, тупий) трикутника, не об­числюючи самих кутів.

**Розв'язування вправ**

Визначте вид кута трикутника, який лежить проти найбіль­шої сторони, якщо сторони трикутника дорівнюють:

а) 7 м, 8 м, 12 м; б) 3 см, 4 см, 5 см; в) 8, 10, 12.

*Розв'язання*

а) Оскільки (72 + 82) – 122 = 49 + 64 – 144 = - 31 < 0, то кут, який лежить проти найбільшої сторони, є тупим.

б) Оскільки (32 + 42) – 52 = 9 + 16 – 25 = 0, то кут, який лежить проти найбільшої сторони, є прямим.

в) Оскільки (82 + 102) – 122 = 64 + 100 – 144 = 20 > 0, то кут, який лежить проти найбільшої сторони, є гострим.

*Наслідки з теореми косинусів*

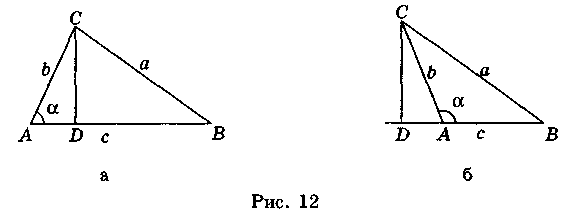
Якщо розглянути формулу *a*2 *= b*2 *+ с*2 – 2*bc*cosα,то вираз *b*cosαявляє собою проекцію сторони *b* на сторону *с* або продовження сторони *с* і позначається *прсb.*

Якщо 0° < α < 90°, то із трикутника *ACD* (рис. 12, а) маємо

*AD = b*cosα *= npcb*, ітоді *а*2 *= b*2 *+ с*2 *–* 2*с прсb.*

Якщо 90° < α < 180°, то із трикутника *ACD* (рис. 12, б)маємо

*AD* = *b ∙* cos(l80°- α) = -*b*cosα = *npcb*, і тоді *а*2 *= b*2 *+ c*2 *+* 2*c npcb.*



Таким чином, квадрат сторони трикутника дорівнює сумі квадратів двох інших сторін «±» подвоєний добуток однієї з них на проекцію другої на першу. Знак «+» слід брати тоді, коли протилежний кут тупий, а знак «-» — коли гострий.

**Розв'язування задач**

1. Сторони трикутника дорівнюють 4 м, 5 м і 6 м. Знайдіть про­екції сторін 4 м і 5 м на пряму, на якій лежить сторона 6м.

*Розв’язання*

Нехай *АВ* = 5 м, *ВС* = 4 м, *АС* = 6 м (рис. 13).

Тоді *ВС*2 *= АВ*2 *+ АС*2 *–* 2*АСпрАСАВ*;16 = 25 + 36 – 2 ∙ 6 ∙ *прАСАВ;*

12 ∙ *прАСАВ =* 45; *прАСАВ =* = 3 (м).

Аналогічно *AS*2 = *ВС*2 *+ AC*2– 2 ∙ *AC ∙ npACВС*; 25 = 16 + 36 – 2 ∙ 6 ∙ *прАСВС;* 12 ∙ *прАсВС =* 27; *прАСВС =*  = 2 = 2 (м).

*Відповідь.* 2м, 3м.

1. Знайдіть висоти трикутника, сторони якого дорівнюють 5 м, 6 м, 7 м.

*Розв'язання*

Нехай *а* = 5 м, *b* = 7 м, *с* = 6 м (рис. 14). Оскільки *a*2 *= b*2 *+ c*2 *–* 2*b npbc,* то 25 = 49 + 36 – 14 ∙ *npbc*, 14 ∙ *прbc* = 60, *прbc* =  =  = 4 (м), *AD* = 4 м.

Із трикутника *ABD* маємо: *BD* = =  =  =  = =  (м).

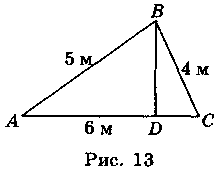
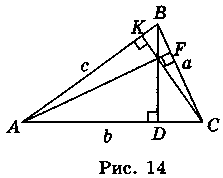
Оскільки *b*2 *= а*2+ *с*2 *–* 2*с прса,* то 49 = 25 + 36 – 12 ∙ *прса*, 12 *∙ прса* = 12, *прса =* 1, *КВ =* 1м.

Із трикутника *BCK* маємо: *СК =*  = = **=** 2 (м).

Оскільки *c*2 = *a*2 + *b*2 – 2*a npab*, то 36 = 25 + 49 – 2 ∙ 5 ∙ *npab*, 10 *npab* = 38, *npab* =  =  = 3 (м), *CF =* 3м.

Із трикутника ACF маємо: *AF =* = *=*= (м).

*Відповідь.* м, 2м, м.

**ІІІ. Домашнє завдання**

1. Вивчити наслідки з теореми косинусів.
2. Розв'язати задачі.
3. Дано дві сторони трикутника *а* і *b,* які дорівнюють відпо­відно 12 і 8 см та утворюють кут γ,який становить 60°. Знайдіть третю сторону трикутника і два інших кути.
4. Дано три сторони трикутника: *а* = 4, *b =* 5, *с =* 1. Знайдіть кути цього трикутника.
5. Дано трикутник зі сторонами *а, b, с.* Знайдіть висоту три­кутника, опущену на сторону *с.* (Цю задачу можна запропо­нувати для учнів, які цікавляться математикою.)

**IV. Підбиття підсумків уроку**

**Завдання класу**

1. Заповніть пропуски:

а) у трикутнику *ABC* *b*2 *= с*2 *+ ... - ...*;

б) у трикутнику *ABC* cosβ = ;

в) якщо в трикутнику *ABC* *a*2 *= b*2 *+ c*2,то трикутник ...;

г) якщо в трикутнику *ABC* *b*2 *> a*2 *+ c*2*,* то *B —* ...;

д) якщо в трикутнику *ABC* *b*2 *< a*2+ *с*2, то *B* — ....

1. Визначте вид кута трикутника, який лежить проти найбіль­шої сторони трикутника, сторони якого дорівнюють:

а) 2 см, 3 см, 4 см; б) 3 см, 4 см, 5 см; в) 4 см, 5 см, 6 см.