***Основні геометричні фігури у просторі. Взаємне розташування прямої і площини***

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ завдання що надаються з темою ви виконуєте самі не надсилаючи їх вони надаються вам для тренування ,оцінку ви отримаєте лише за тести онлайн . Якщо щось не зрозуміли за темою зверніть увагу на підручники за посиланням** [**http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14**](http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14)

**Виберіть потрібний клас та підручник що сподобався**

**Прочитати та опрацювати**

***Основні геометричні фігури у просторі. Взаємне розташування прямої і площини***



Ви ознайомилися з планіметрією. Планіметрія — це розділ геометрії, у якому вивчають властивості плоских геометричних фігур: трикутників, паралелограмів, кіл тощо.

Але, крім плоских фігур, існують і просторові фігури: прямо­кутний паралелепіпед, куб, піраміда, циліндр, конус, куля. Багато предметів, що нас оточують, мають форму прямокутного паралелепіпеда: класна кімната, цегла, сірникова коробка тощо. Популярна в усьому світі іграшка — кубик Рубика — має форму куба.

Добре відомі піраміди Давнього Єгипту дають нам уявлен­ня про широкий клас геометричних тіл, які називаються піра­мідами.

**Просторові геометричні фігури**

*Прямокутний паралелепіпед* — це просторова геометрична фігура, яка обмежена шістьма прямокутниками, що називаються гранями. Сторони прямокутників називаються ребрами прямо­кутногопаралелепіпеда, а вершини прямокутників — вершинами прямокутного паралелепіпеда (рис. 1).

*Куб* — це прямокутний паралелепіпед, у якого всі шість гра­ней — квадрати (рис. 2).

Прямокутний паралелепіпед і куб — це представники велико­го класу геометричних фігур, які називають *многогранниками.* Крім многогранників, у геометрії розглядають й інші просторові фігури: циліндри, конуси, кулі тощо.

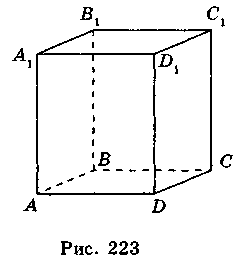
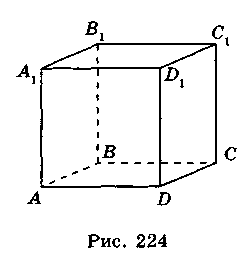
 

Рис. 2

Рис. 1

Верхню і нижню грані прямокутного паралелепіпеда назива­ють *основами,* а ребра цих граней — *ребрами основи,* інші ребра називають *бічними ребрами,* а інші грані — *бічними гранями.*

Розділ геометрії, у якому вивчаються властивості просторо­вих фігур, називається *стереометрією.*

**Основні просторові фігури**

Основними фігурами простору є *точка, пряма* і *площина.*

Уявлення про точки і прямі ви маєте з курсу планіметрії. На­гадаємо, що точки позначають великими латинськими буквами, наприклад: *А, В, С,* ...; прямі позначають малими латинськими буквами, наприклад: прямі *а, Ь, с, ...,* або двома великими буква­ми, наприклад: прямі *АВ, ВС, CD, ... .* Матеріальними моделями частини площини є, наприклад, поверхня столу, поверхня вікон­ного скла, мармурова плита тощо.

У геометрії площину уявляють необмеженою, ідеально рів­ною і гладкою. Зображають площину у вигляді паралелограма (рис. 3) або у вигляді довільної області (рис. 4). Познача­ють площини малими грецькими буквами, наприклад: площи­ни α, β, γ, ... .

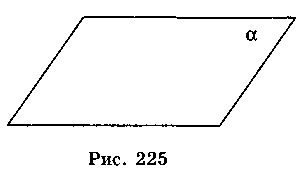
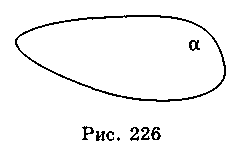
 

Рис. 4

Рис. 3

Як і будь-яка геометрична фігура, площина складається з точок. Якщо точка *А* лежить у площині α, то говорять, що площина α проходить через точку *А,* і записують так: *А *α*.* Якщо точка *А* не лежить на площині α, говорять, що площина α не проходить через точку *А*, і записують так: *А *α*.*

Якщо кожна точка прямої *а* лежить на площині α, говорять, що пряма лежить у площині α або площина α проходить через пряму *а*, і записують так: *a*α;*a*α*.*

**Основні аксіоми стереометрії**

Як і в планіметрії, властивості основних фігур у стереометрії виражаються аксіомами.

Нагадаємо, що в планіметрії властивість прямих і точок ви­ражалася аксіомою:

*Яка б не була пряма, існують точки, які належать цій пря­мій,* і *точки, які їй не належать. Через дві різні точки можна провести пряму і до того ж тільки одну.*

Узявши яку-небудь площину (наприклад, площину підлоги класної кімнати), ми можемо вказати точки, які належать цій площині, і точки, які не належать їй. Тому одна з властивостей площини в просторі виражається аксіомою.

**Аксіома 1.** *Яка б не була площина, існують точки, які на­лежать цій площині, і точки, які їй не належать.*

**Аксіома 2.** *Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.*

Наочною ілюстрацією аксіоми 2 є перетин двох стін, стіни і підлоги класної кімнати.

**Аксіома 3.** *Якщо дві різні прямі мають спільну точку, то через них можна провести площину, і до того ж тільки одну.*

Ніяких інструментів, якими б можна було побудувати в про­сторі площину, немає. Тому вираз «можна провести площину» вживається в значенні «існує площина».

Єдину площину можна провести:

1. через дві прямі, що перетинаються;
2. через дві паралельні прямі;
3. через пряму і точку, яка не лежить на цій прямій;
4. через три точки, що не лежать на одній прямій.

Слід зазначити, що в просторі існує безліч площин, для кож­ної площини справедливі всі аксіоми і теореми планіметрії. Біль­ше того, ознаки рівності й подібності трикутників справедливі і для трикутників, що лежать у різних площинах.

Площина і пряма, яка не лежить у площині, або не перетина­ються, або перетинаються в одній точці.

**Випадки взаємного розміщення прямої і площини**

1. Площина α не має спільних точок із прямою *а.* Пряма і пло­щина, які не мають спільних точок, називаються паралельни­ми, позначаються *а ||*α(рис. 5).
2. Площина α має з прямою *а* тільки одну спільну точку. У цьо­му випадку говорять, що пряма *а* і площина α (рис. 6) пе­ретинаються.
3. Пряма *а* лежить у площині α (рис. 7).

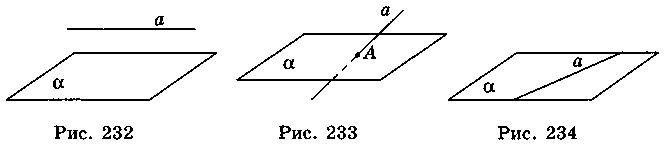


Рис. 7

Рис.6

Рис. 5

*Пряма* називається *перпендикулярною до площини,* якщо вона перетинає цю площину і перпендикулярна до будь-якої прямої, що лежить у цій площині і проходить через точку перетину.

На рис. 8 пряма с перпендикулярна до площини α. Пи­шуть: *c*α. Із означення випливає, що *сa*, *сb, ... .*

Уявлення про пряму, перпендикулярну до площини, дають вертикальні стовпи — вони перпендикулярні до поверхні землі, перпендикулярні до будь-якої прямої, що проходить через основу стовпа і лежить у площині землі.

Як перевірити, чи перпендикулярна дана пряма до даної площи­ни? Це запитання має практичне значення, наприклад, при уста­новці щогл, колон тощо, які потрібно встановлювати вертикально, тобто перпендикулярно до площини землі. Насправді немає необ­хідності перевіряти перпендикулярність прямої до всіх прямих, що лежать у даній площині й проходять через точку перетину да­ної прямої і площини. Достатньо перевірити перпендикулярність лише двох прямих, що лежать у площині й проходять через точку перетину прямої і площини. Справедлива така **теорема**:

*Якщо пряма перпендикулярна до двох прямих, які перетинають­ся і лежать у площині, то дана пряма перпендикулярна до площини.*

Доведення цієї теореми ми не наводимо.

*Перпендикуляром до площини* називається відрізок прямої,перпендикулярної до площини, що міститься між даною точкою прямої і точкою перетину її з площиною.

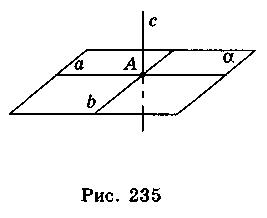
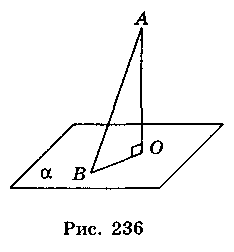
 

Рис. 9

Рис. 8

На рис. 9*АО* — перпендикуляр до площини. Будь-який ін­ший відрізок, що сполучає точку *А* з довільною точкою *В* площи­ни α, називається похилою. Відрізок *ВО* називають проекцією похилої *АВ* на площину α.

**Приклади розв’язування задач**

******

1. Дано: *АВ*, *С**АВ*.

Доведіть: пряма *АВ* і точка *С* лежать у площині α (рис.10).

С В

Рис. 10

D

А α

*Доведення.*

Візьмемо точку *D*, яка лежить на прямій АВ. Проведемо пряму С*D*. Через прями АВ і С*D*, які перетинаються, проводимо площину α. Що і треба було довести.

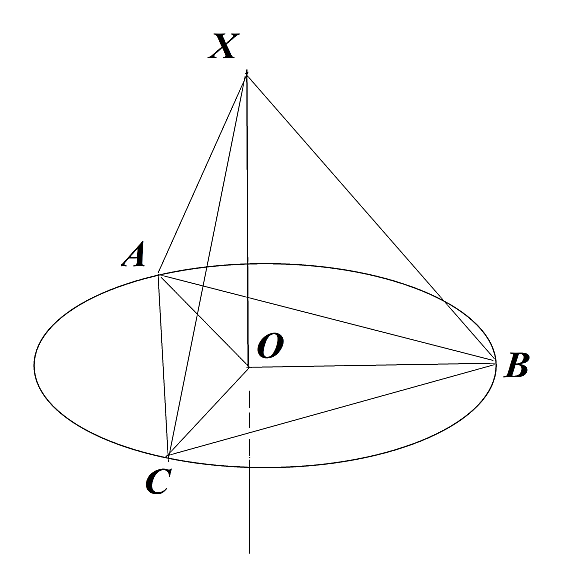
**2. Через центр описаного навколо трикутника кола проведено пряму, перпендикулярну до площини трикутника. Доведіть, що кожна точка цієї прямої рівновіддалена від вершин трикутника.

Рис. 11

*Доведення*

Розглянемо ∆*АОХ*, ∆*ВОХ*, *∆СОХ*. У них *ХО* - спільна, *АОХ=ВОХ=*

*=СОХ*=900 (за умовою), *АО=ВО=СО=R*-радіус описаного навколо ∆АВС кола. Отже трикутники рівні, тоді *АХ=ВХ=СХ*, що і треба було довести.

3.Через вершину *А* прямокутника *АВСD* проведено пряму *АК*, перпендикулярну до його площини. Відстані – від точки *К* до решти вершин прямокутника дорівнюють 6м,7м і 9м. Знайдіть відрізок *АК*.

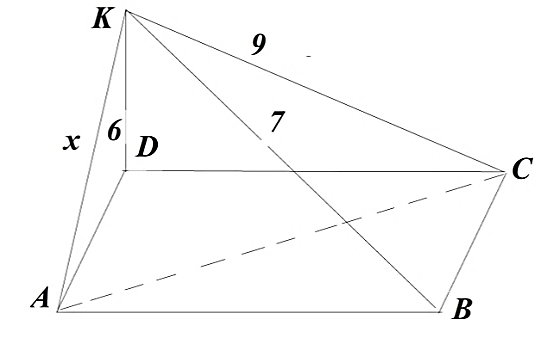


Рис. 12

*Розв’язання*

Найбільша з похилих - *КС*, бо вона має найбільшу проекцію – діагональ *АС* прямокутника *АВСD*. Отже, КС = 9м; нехай КВ = 7м, КD = 6м, АК = *x*м.

У ∆АDК КАD = 90о. За теоремою Піфагора: АD2 = КD2 – АК2 = 36 – *х*2. У ∆АВК КАВ = 90о. За теоремою Піфагора: АВ2 = КВ 2 – АВ2 = 49 - *х*2.

У ∆АDВ ВАD = 90о. За теоремою Піфагора: ВD2 = АD2 + АD2 = 36 – *х*2 + 49 – *х*2 = 85 -2*х*2. У ∆АСК КАС = 90о. За теоремою Піфагора: КС2 = АС 2+ АК2; 81 =85 – 2*х*2 + *х*2, *х*2 = 4; *х* = -2 (не задовольняє умову задачі). *х* = 2.

Відповідь: 2м.

**Контрольні запитання**

1. Що вивчає стереометрія?
2. Назвіть основні геометричні фігури стереометрії.
3. Сформулюйте аксіоми стереометрії.
4. Скільки різних площин можна провести через:

а)три точки, які не лежать на одній прямій;

б)три точки; які лежать на одній прямій;

в)пряму і точку, що не належить цій прямій?

5) Назвіть бічні грані і бічні ребра прямокутного паралелепіпеда (рис.1).

1. Назвіть основи і ребра основи куба (рис.2).
2. Користуючись зображенням куба (рис. 2), укажіть точки, які:

а) не належать передній грані;

б) належать верхній грані;

в) належать грані *АВСD*;

г) не належать грані *А1В1ВА*.

в) спільні точки площин граней *АВВ1А1* і *А1В1С1D1*;

г) пряму перетину граней *А1В1С1D1* і *ВВ1С1С*.

8) Користуючись рис.1. укажіть, яку площину визначають прямі

а) *АВ* і *АD*;

б) *ВС* і *СС1*;

в) *DС* і *СС*1;

г) *А1В1* і *В1А*.

9) Яка пряма називається паралельною площині?

10) Яка пряма називається перпендикулярною до площини?

11) Що таке перпендикуляр? Похила?

**Самостійна робота**

***Розв’яжіть задачі***

1. Доведіть, що через три точки, які не лежать на одній прямій,можна провести площину.
2. Прямі *АВ* і *CD*не лежать в одній площині. Доведіть, що пря­мі *АС* і *BD*не можуть перетинатися.
3. З точки до площини проведено дві похилі, довжина яких відносяться як 5:6. Знайдіть відстань від цієї точки до площини, якщо проекції похилих дорівнюють 4см і 3√3см.

*Відповідь:* 3 см.