***Піраміда. Площа поверхні та об'єм піраміди***

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ завдання що надаються з темою ви виконуєте самі не надсилаючи їх вони надаються вам для тренування ,оцінку ви отримаєте лише за тести онлайн . Якщо щось не зрозуміли за темою зверніть увагу на підручники за посиланням** [**http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14**](http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14)

**Виберіть потрібний клас та підручник що сподобався**

**Прочитати та опрацювати**

***Піраміда. Площа поверхні та об'єм піраміди***

**Піраміда та її елементи**

*п-кутною пірамідою* називається многогранник, одна грань якого — довільний *п*-кутник, а всі інші *п* граней — трикутники, що мають спільну вершину.

Спільну вершину трикутних граней називають *вершиною* пі­раміди, протилежну їй грань — *основою,* а всі інші грані — *біч­ними гранями* піраміди. Відрізки, що сполучають вершину піра­міди з вершинами основи, називають *бічними ребрами.*

Перпендикуляр, опущений із вершини піраміди на площину її основи, називають *висотою* піраміди.

На рис. 29 зображено чотирикутну піраміду *SABCD;* точ­ка S — її вершина, *ABCD*— основа; *SA, SB, SC, SD*— бічні ребра; *АВ, ВС, CD, AD*— ребра основи; *SO*— висота піраміди.

Трикутну піраміду називають також *тетраедром.* Суму площ усіх бічних граней піраміди називають площею бічної поверхні пі­раміди. Щоб знайти площу всієї поверхні піраміди, треба до площі Sбічн її бічної поверхні додати площу Sосн основи: *Smp =* Sбічн + Sосн.

Піраміда називається *правильною,* якщо її основою є правиль­ний многокутник, а основа висоти збігається з центром цього много­кутника (рис. 30). (Демонструються моделі правильних пірамід.)

Усі бічні ребра правильної піраміди рівні, усі бічні гра­ні — рівні рівнобедрені трикутники. Висота бічної грані пра­вильної піраміди, проведена з її вершини, називається *апофемою.* На рис. 30*SFDC, SF*— апофема.

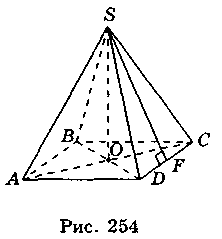
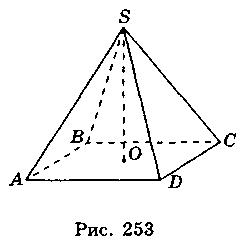


Рис. 30

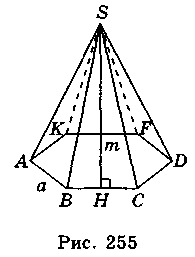
Рис. 29

**Площа поверхні та об'єм піраміди**

**Теорема.** *Площа бічної поверхні правильної піраміди дорівнює добутку півпериметра її основи на апофему.*

*Доведення*

Нехай *а* — сторона основи правильної *п*-кутної піраміди (рис. 31). *SHBC, SH = m.*

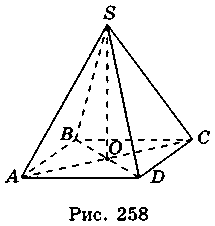
Тоді площа бічної грані правильної піраміди дорівнює *am,* а площа бічної поверхні Sбічн= *атп.* Оскільки *ап = р,* де *р* — півпериметр основи піраміди, то *S*бічн *=pm.*

Об'єм будь-якої піраміди дорівнює третині добутку площі її основи на висоту: *V =* *S*осн ∙ *H.*

Рис. 31

**Приклади розв’язування задач**

1. Знайдіть площу поверхні правильної чотирикутної піраміди, кожне ребро якої дорівнює *а.*



*Розв'язання*

Нехай *SABCD*— правильна піраміда (рис. 32).

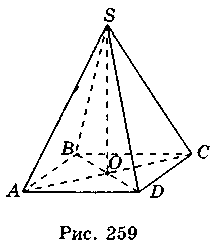
*SA = SB = SC = SD = AB = BC =CD = AD = a.*

Snip= Sосн + Sбічн = *AB*2 + 4 ∙ *= а*2 *+ а*2=

= *a*2(1 + ).

*Відповідь.а*2(1 + ).

Рис. 32

1. В основі піраміди лежить ромб з діагоналями 6 см і 8 см. Ви­сота піраміди дорівнює 10 см. Знайдіть об'єм піраміди.

*Розв'язання*

Рис. 33

*ABCD*— ромб (рис. 33), *AC* = 8 см, *BD* = 6 см,

*SO* = 10 см.

*V =* *S*осн *∙ H =*  ∙  *∙ SO =*  ∙  *∙* 10 = 80 (см3).

*Відповідь.*80 см3.

1. Знайдіть об'єм правильної чотирикутної піраміди, діагональ основи якої дорівнює 4 см, а бічне ребро утворює з висотою піраміди кут 45°.

*Розв'язання*

*SABCD*— правильна піраміда (рис. 33). *AC* = 4 см,*ASO* = 45°.

*AO=**AC=* ∙ 4 = 2 (см). *SO=AO*=2 (см).

Sосн =*AC*2 *=* *∙* 42 = 8(см2). *V=**Sосн ∙ SO=**∙* 8 ∙ 2 =  = 5 (см3).

*Відповідь.*5см3.

**Контрольні запитання**



1. Що називається *п*-кутною пірамідою?
2. Яка піраміда називається правильною?
3. Що називається апофемою?
4. Які властивості правильної піраміди вам відомі?
5. Чому дорівнює площа поверхні піраміди?
6. Чому дорівнює площа бічної поверхні правильної піраміди? Чому дорівнює об'єм піраміди?
7. Скільки граней, ребер, вершин має *п*-кутна піраміда?
8. Кожне ребро тетраедра дорівнює 2 см. Знайдіть площу по­верхні тетраедра.

Визначте, які з наведених тверджень є правильними, а які — неправильними.

1. Кожне ребро трикутної піраміди дорівнює 6 см (рис. 34).

а) Периметр основи піраміди дорівнює 36 см.

б) Площа основи піраміди дорівнює 9 см2.

в) Площа поверхні піраміди дорівнює 36 см2.

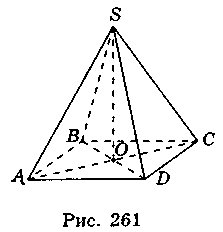
г) Основа висоти піраміди не збігається з центром кола, впи­саного в основу піраміди.

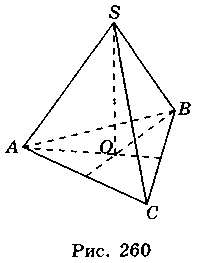
1. В основі піраміди лежить квадрат зі стороною 10 см, бічні ребра піраміди дорівнюють 13 см (рис. 35).

а) Периметр основи піраміди дорівнює 40 см.

б) Усі бічні ребра піраміди рівні.

в) Висота бічної грані піраміди, проведена з вершини пірамі­ди, дорівнює 11 см.

г) Площа бічної поверхні піраміди дорівнює 60 см2.



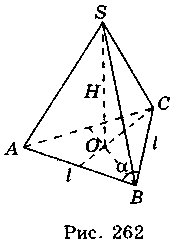


Рис. 34

Рис. 35

Рис. 36

1. В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник з бічною стороною *l*і кутом *а* при вершині (рис. 36). Висота піраміди дорівнює *Н,* основа висоти піраміди — центр кола, описаного навколо основи піраміди.

а)Площа основи піраміди дорівнює *l*2sinα.

б)Усі бічні ребра піраміди рівні.

в)Усі грані — рівнобедрені трикутники.

г)Об'єм піраміди дорівнює *Нl*2sinα.

**Самостійна робота**

**Математичний диктант**

1. В основі піраміди *SABC,* зображеної на рис. 37, лежить пря­мокутний трикутник *ABC*(*C* = 90°), *AC =* 3см, *ВС* = 4 см. Обчисліть об'єм піраміди, якщо висота *SA*дорівнює 5 см. (*Відповідь.* 10 см3.)
2. В основі *ABCD*правильної піраміди *SABCD*лежить квадрат зі стороною 10 см. Висота *SO*піраміди дорівнює 12 см. Зна­йдіть площу поверхні та об'єм піраміди. (*Відповідь.* 360 см2, 400 см3.)
3. Основа піраміди — прямокутник зі сторонами 3 см і 5 см. Висота піраміди 10 см. Знайдіть об'єм піраміди. (*Відпо­відь.* 50 см3.)
4. Знайдіть об'єм правильної чотирикутної піраміди, кожне ре­бро якої дорівнює *а.* (*Відповідь. а*3.)
5. Бічні ребра трикутної піраміди  попарно перпендикулярні й мають довжини 3 см, 4 см і 5 см. Знайдіть її об'єм. (*Відпо­відь.* 10 см3.)
6. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює 10 см. Знайдіть:

а) висоту піраміди, якщо діагональ основи дорівнює 16 см;

б) апофему піраміди, якщо сторона основи дорівнює 12 см.

1. Знайдіть об'єм правильної чотирикутної піраміди, бічне ребро якої дорівнює 12 см і утворює з висотою піраміди кут 30°.
2. Одна з найвеличніших споруд давнини — піраміда Хеопса — має форму правильної чотирикутної піраміди, висота якої до­рівнює 150 м, а бічне ребро — 220 м. Знайдіть площу основи піраміди. (*Відповідь.* 51800м2.)
3. На рис. 38 зображено розгортку чотирикутної піраміди, в основі якої лежить квадрат зі стороною 6 см, бічні грані піраміди — правильні трикутники. Знайдіть висоту піраміди і її об'єм. (*Відповідь.* 3см і 36см3.)
4. В основі піраміди лежить прямокутник з діагоналлю *d*і ку­том а між діагоналями. Висота піраміди дорівнює *Н,* основа висоти піраміди — точка перетину діагоналей прямокутника. Знайдіть об'єм піраміди. (*Відповідь.* *Hd*2sinα.)

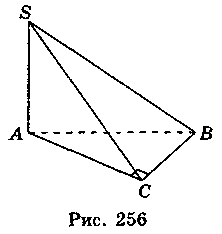
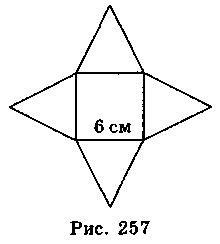
 

Рис. 38

Рис. 37

Sосн=6 ∙ SΔAOB=6 ∙  = 6 ∙  = 54 (см2).

*V = S*осн*∙ AA*1 *=* 54 ∙ 5 = 270 (см3).

*Відповідь.* 180 см2 і 270см3.

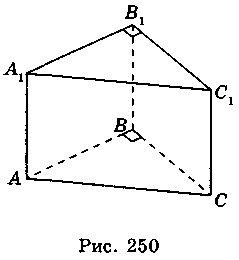
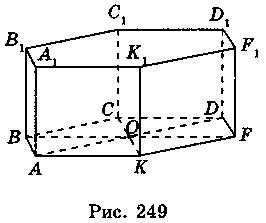
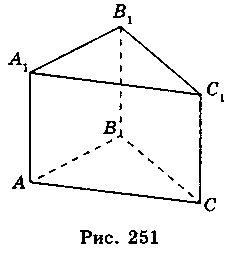
 

Рис. 25

Рис. 24

Рис. 23