***Пряма призма. Площа поверхні та об'єм призми.***

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ завдання що надаються з темою ви виконуєте самі не надсилаючи їх вони надаються вам для тренування ,оцінку ви отримаєте лише за тести онлайн . Якщо щось не зрозуміли за темою зверніть увагу на підручники за посиланням** [**http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14**](http://4book.org/uchebniki-ukraina/6-klass?start=14)

**Виберіть потрібний клас та підручник що сподобався**

**Прочитати та опрацювати**

***Пряма призма. Площа поверхні та об'єм призми.***

**Многогранник та його елементи**

Фігури, які вивчає стереометрія, називають *тілами.* Наочно тіло уявляють як частину простору, зайняту фізичним тілом і об­межену поверхнею.

*Многогранником* називається тіло (частина простору), обме­жене скінченною кількістю плоских многокутників (рис. 20). Многокутники, які обмежують многогранник, називають його *гранями,* їх сторони — *ребрами,* а вершини — *вершинами* многогранника.

На рис. 20 гранями є многокутники: *ABC, А*1*В*1*С*1*, АВВ*1*A*1*, ВВ*1*C*1*С, АА*1*C*1*С*; ребрами — сторони *АС*, *ВС, АВ, АА*1*, ВВ*1*, CC*1,*A*1*B*1*, A*1*C*1, *B*1*C*1*,* вершинами — точки *А*, *В, С, A*1, *В*1*,С*1*.*

**Призма та її елементи**

Многогранник, дві грані якого — рівні *n*-кутники з відповідно паралельними сторонами, а всі інші *п* граней — паралелограми, нази­вається *n*-кутною*призмою* (рис. 21).

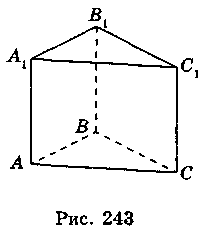
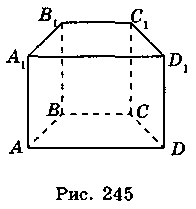
 

Рис. 21

Рис. 20

Рівні *n*-кутники призми називаються *основами,* а паралело­грами — *бічними гранями,* сторони основи — *ребрами основи,* інші ребра — *бічними ребрами.*

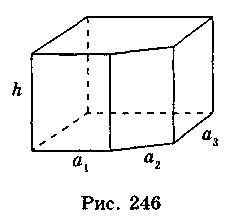
З означення призми випливає, що основи призми рівні, а також лежать у паралельних площинах. Бічні ребра паралельні й рівні.

Поверхня призми складається з основ і бічної поверхні. *Площею поверхні призми* називається сума площ усіх її граней. Оскільки основи рівні, то *Snp*= S6ічн + 2Sосн, де *Snp —* площа поверхні при­зми; S6ічн — площа бічної поверхні призми; Sосн — площа основи.

Призма називається *прямою,* якщо її бічні ребра перпендику­лярні до основи. Пряма призма називається *правильною,* якщо в її основі ле­жить правильний многокутник. Слід зазначити, що бічними гранями прямої призми є прямо­кутники.

**Площа поверхні та об'єм прямої призми**

**Теорема.** *Площа бічної поверхні прямої призми дорівнює до­бутку периметра* її *основи на довжину ребра.*

*Доведення*

Нехай *а*1, *а*2, ..., *ап* — сторони; осно­ви призми, *h*— довжина бічного ребра (рис. 22).

Тоді *а*1 *+ а*2 *+ ... + ап = Р* — периметр основи. Площа бічної поверхні дорівнює сумі площ усіх бічних граней:

Рис. 22

*S*бічн *= a*1*h + a*2*h+* ... + *aпh* = (*а*1 *+ а*2 *+... an*)*h = Ph.*

Пряма призма, в основі якої лежить прямокутник, називаєть­ся *прямокутним паралелепіпедом.* Прямокутний паралелепіпед, усі ребра якого рівні, називається *кубом.*

У молодших класах ви вже обчислювали об'єм прямокутного паралелепіпеда за формулою

*V****=*** *abc,* (1)

де *a, b, c*— відповідно довжина, ширина і висота паралелепіпеда. Формулу (1) можна записати у вигляді

*V= Sh,* (2)

де *S = ab*— площа основи, *h = c*— висота паралелепіпеда.

Формула (2) справедлива для будь-якої прямої призми. Отже:

***Об'єм прямої призми дорівнює добутку площі її основи на до­вжину бічного ребра (висоту):***

*V = Sh.*

**Приклади розв’язування задач**

******

1. Знайдіть площу бічної поверхні й об'єм правильної шести­кутної призми, якщо сторона її основи дорівнює 6 см, а ви­сота — 5 см.

*Розв'язання*

Нехай *ABCDFKA*1*B*1*C*1*D*1*F*1*K*1— правильна призма (рис. 23),  
*АВ =* 6см, *АА*1 *=* 5 см. Sбічн=6 ∙ *AB* ∙ *AA*1=6 ∙ 6 ∙ 5 = 180(см2).

Sосн=6 ∙ SΔAOB=6 ∙  = 6 ∙  = 54 (см2).

*V = S*осн*∙ AA*1 *=* 54 ∙ 5 = 270 (см3).

*Відповідь.* 180 см2 і 270см3.

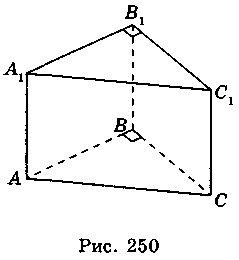
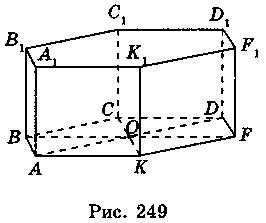
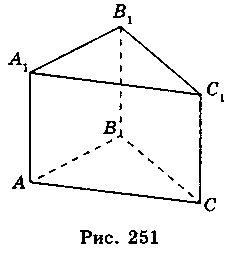
 

Рис. 25

Рис. 24

Рис. 23

1. Знайдіть об'єм і площу повної поверхні прямої призми, в основі якої лежить прямокутний трикутник із катетами З см і 4 см, а бічне ребро призми дорівнює 10 см.

*Розв'язання*

Нехай у прямій призмі *АВСА*1*В*1*С*1(рис. 24) *B* = 90°,*АВ* = 3 см, *ВС =* 4см, *АА*1 *=* 10см.

Sосн= *АВ ∙ ВС =* ∙ 3 ∙ 4 = 6 (см2). V = S ∙ *AА*1 = 6 ∙ 10 = 60 (см3).

Із трикутника *ABC*маємо: *АС* =  = = 5 (см).

*S*бічн*=* (*AB + BC + AC*) *∙ AA*1= (3 + 4 + 5) ∙ 10 = 120(см2).

Sпр=Sбічн+2Sосн=120 + 2 ∙ 6 = 132(cм2).

*Відповідь.* 60 см3, 132 см2.

1. Знайдіть площу бічної поверхні правильної трикутної при­зми, площа основи якої дорівнює 4 см2, а бічне ребро — 10 см.)

*Розв'язання*

Нехай у правильній призмі *АВСА*1*В*1*С*1 (рис. 25) Sосн = 4см2, *АА*1 *=* 10см.

Оскільки Sосн= , то 4 = , *АВ*2 *=* 16*,* звідси *АВ* = 4 см.

Sбічн= 3 ∙ *AB ∙ АА*1= 3 ∙ 4 ∙ 10 = 120 (см2).

*Відповідь.* 120 см2.

1. У правильної *n*-кутній призмі сторона основи дорівнює *a* і висота дорівнює *h*. Обчислити площу бічної й повної поверхні призми, якщо *n* = 3 см, *h* = 15 см, *a* = 10 см.

*Розв'язання*

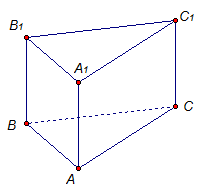


Рис. 26

*Розв'язання*

За умовою призма пряма. Виходить, ребро *АА1* перпендикулярне площиніоснови й дорівнює висоті призми (рис. 26).

Площа бічної поверхні прямої призми дорівнює добутку периметра основи призми на висоту. Знайдемо площу бічної поверхні.

*Sбіч = Pосн ∙ h = PАВС ∙ АА1 =*3 *∙ АВ ∙ h =*3*∙*10*∙*15*=*450 (см2).

У основі призми лежить правильний трикутник *АВС*. Знайдемо його площу.

(см2)

Площа повної поверхні призми - це площа всіх її граней, тобто площа бічної поверхні плюс площі двох основ. Значить:

(см2).

*Відповідь***:** (см2).

**Контрольні запитання**



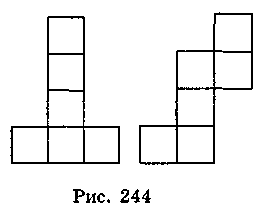
1. Наведіть приклади предметів побуту, які мають форму много­гранників.
2. Скільки вершин, ребер, граней має: а) паралелепіпед;б) куб?
3. Яке найменше число ребер може мати многогранник?
4. Побудуйте многогранник, який має 4 грані. Скільки ребер і скільки вершин він має?
5. Якщо поверхню многогранника розрізати по кількох його ре­брах і розкласти на площині, то дістанемо розгортку даного многогранника. На рис. 27 наведено розгортки куба. Побу­дуйте розгортки куба, відмінні від наведених.
6. Скільки граней має *n*-кутна призма? Чи може призма мати 10 граней?
7. Скільки ребер має *п*-кутна призма? Чи може призма ма­ти 10 ребер?
8. Скільки вершин має *п*-кутна призма? Чи може призма мати 10 вершин?
9. Яка призма називається прямою? правильною?

Рис. 27

1. Чому дорівнює площа бічної поверхні прямої призми?
2. Чому дорівнює об'єм призми?
3. Ребро куба дорівнює 5 см. Визначте, які з наведених твер­джень є правильними, а які — неправильними.

а)Площа однієї грані куба дорівнює 20 см2.

б)Площа поверхні куба дорівнює 150 см2.

в)Об'єм куба дорівнює 150 см3.

г)Діагональ грані куба дорівнює 5см.

**Самостійна робота**

***Розв'яжіть задачі***

1. У прямокутному паралелепіпеді *ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 ребра *АВ =* 3 см, *AD* = 4 см і *АА*1*=*5см. Знайдіть площу поверхні та об'єм паралелепіпеда. (*Відповідь.* 94см2, 60см3.)
2. Скирда сіна має форму прямої призми з п'ятикутною основою (рис. 28). Розміри скирти (у метрах) подано на рисунку. Зна­йдіть об'єм скирти та масу сіна в скирті, якщо густина сіна дорівнює 0,03 т/м3. (*Відповідь.* 19,8 т.)

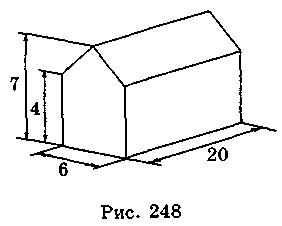


Рис. 28

1. Діагональ бічної грані правильної трикутної призми дорівнює *l*і утворює з бічним ребром кут α. Знайдіть площу бічноїповерхні призми. *(Відповідь.* 3*l*2sinα cosα.)